

© Foto: AG Yousept

Formoptimierung von Supraleitern zweiter Art

## Fakultät für Mathematik

Die Forschung der Fakultät für Mathematik, die mit ihren 29 Arbeitsgruppen (AG) zu den größten mathematischen Fakultäten in Deutschland zählt, bildet einen breiten Querschnitt durch die Vielzahl der raschen aktuellen Entwicklungen des Fachgebietes ab. Diese reichen von Fragestellungen, die durch Anwendungen motiviert sind, bis zur neugiergeleiteten Grundlagenforschung und sind dabei durch die Universalität mathematischer Konzepte vielfach verzahnt. Die Fakultät bietet mit einer Vielzahl drittmittelfinanzierter Forschungsprojekten im gesamten Spektrum der Forschungsgebiete dem wissenschaftlichen Nachwuchs ein attraktives, international geprägtes Umfeld, um an den aktuellen Entwicklungen mitzuwirken. Die aktuellen Umstände rücken zudem auch den Forschungsschwerpunkt zu Bildungsaufgaben in den Fokus, der insbesondere auch die Möglichkeiten digitaler Werkzeuge auslotet.

Die AG der Fakultät sind jeweils einem unserer vier Forschungsschwerpunkte

- Algebraische Geometrie und Arithmetik
- Analysis, Numerik und Optimierung
- Stochastik
- Didaktik der Mathematik

zugeordnet und hierbei stark miteinander vernetzt. Der Erfolg dieser strategischen Schwerpunktsetzung der Fakultät ist in allen Bereichen durch die Förderung unserer Forschungsprojekte bestätigt worden. Die Wissenschaftler\*innen der Fakultät wurden im Berichtszeitraum durch Beteiligung oder Federführung an fünf Schwerpunktprogrammen (SPP) der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), drei Graduiertenkollegs (GRK) und zwei Sonderforschungsbereichen (SFB) sowie einem European Research Council (ERC) Advanced Grant gefördert. Daneben bestehen Förderungen durch weitere Drittmittelprojekte der DFG, der Humboldt Stiftung, verschiedener Förderprogramme des BMBF und anderer Forschungseinrichtungen. Als Höhepunkte der letzten beiden Jahre seien hier die Verleihung des ERC Advanced Grants „QUADAG – Quadratic refinements in algebraic geometry“ an Prof. Marc Levine und die Einrichtung des neuen Graduiertenkollegs „Symmetrien und klassifizierende Räume: analytisch, arithmetisch und deriviert“ am Essener Seminar für Algebraische Geometrie und Arithmetik genannt.

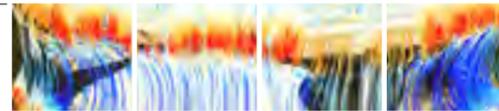
Die vielfältig geförderten Forschungsprojekte erlauben uns eine hohe nationale und internationale Vernetzung der Arbeitsgruppen, die Organisation von internationalen Konferenzen, Workshops und Sommerschulen an unserem Standort in Essen und ziehen darüber hinaus weitere nationale und internationale Wissenschaftler\*innen mit eigenständigen Forschungsprojekten an. Mit Andreas Nickel und André Chatzistamatiou haben zwei Heisenbergstipendiaten unsere Fakultät als Stützpunkt für ihre Forschung ausgewählt, mit Prof. Paul Arne Østvær, Prof. Kazim Büyükboduk, Dr. Daniel Kohen, Dr. Mingshuo Zhou haben internationale Forscher unsere Fakultät für Forschungsaufenthalte mit eigenen, durch die Humboldt-Stiftung und andere Austauschprogramme eingeworbenen Mitteln besucht. Ein sehr hoher Anteil der Forscher\*innen in den

Forschungsprojekten der Arbeitsgruppen hat ebenfalls einen internationalen Hintergrund. Im neu eingerichteten Graduiertenkolleg wird dieser Austausch durch zwei Mercator-Fellows weiter verstärkt. Der internationale Masterstudiengang des ALGANT-Netzwerkes bringt in einem früheren Stadium der Ausbildung zusätzlich hervorragende fortgeschrittene Studierende aus aller Welt nach Essen, die ihren Abschluss häufig mit einer erfolgreichen wissenschaftlichen Karriere fortsetzen.

Mit einigen Schlaglichtern möchten wir im Folgenden mit einem Rundgang durch unsere Forschungsschwerpunkte einen Eindruck der Breite unserer Forschungsaktivitäten geben, ein vollständiger Überblick würde den Rahmen dieses Berichtes sprengen. Ein wiederkehrendes Thema ist die Universalität mathematischer Strukturen, die, obgleich oftmals zunächst für eine spezifische Fragestellung in einem Gebiet entwickelt, gebietsübergreifend sehr unterschiedliche Phänomene gleichzeitig abbilden und erklären können. Der Rundgang führt uns von der Grundlagenforschung im Bereich von der Zahlentheorie zu partiellen Differentialgleichungen, zu durch Anwendungen motivierten Forschungsprojekten. Er führt von der Finanzmathematik über Supraleitung bis hin zu Forschungsprojekten mit den Themen Digitalisierung und Inklusion im Rahmen der Mathematikdidaktik.

### Das ERC-Projekt QUADAG

Der ERC Advanced Grant zu quadratischen Verfeinerungen in der algebraischen Geometrie von Prof. Marc Levine wurde für ein fünfjähriges Forschungsvorhaben im Bereich der motivischen Homotopietheorie verliehen, einem Gebiet, das Prof. Levine seit vielen Jahren wesentlich mitgeprägt hat. Ausgangspunkt ist hier die Verknüpfung der Methoden der algebraischen Geometrie, in der die algebraische Grundlage der Techniken dazu führt, dass ein gutes lokales Verständnis von Objekten mittels Fernwirkungseffekten immer auch globale Rückschlüsse zulässt, mit Methoden der Homotopietheorie, in der die Geometrie lokal sehr flexible Deformationen ohne globale Auswirkungen ermöglicht. Die Verknüpfung



dieser gegensätzlichen Herangehensweisen, die zunächst zur Lösung zahlentheoretischer Probleme entwickelt wurde hat mittlerweile Anwendungen in vielen Bereichen der Mathematik bis hin zur mathematischen Physik gefunden.

Für das ERC-Projekt hat Prof. Levine neue Methoden entwickelt, die weitere Anwendungsfelder eröffnen. Das Ziel ist nun, mit Hilfe der quadratischen Verfeinerungen neue Verbindungen zwischen reeller algebraischer Geometrie, tropischer Geometrie, sowie zu Singularitäten und zahlentheoretischen Objekten zu finden.

Das Projekt, in dem bereits vier Postdoktorand\*innen und zwei Doktorand\*innen aus einem internationalen Umfeld für die AG in Essen gewonnen werden konnten, hat seinen Ursprung im von Prof. Levine koordinierten DFG-Schwerpunktprogramm 1786 „Homotopie-theorie und algebraische Geometrie“, in dem seit 2015 Forscher\*innen aus den namensgebenden Gebieten zusammenarbeiten, um neue Verbindungen, wie die nun dem ERC-Projekt zu Grunde liegenden zu finden. Mehrere Arbeitsgruppen unseres Fachbereichs sind an diesem Programm beteiligt, so dass wir hierzu im Berichtszeitraum zwei internationale Tagungen und eine internationale Doktorand\*innenschule zum Thema „Motives and Stacks“ in Essen realisieren konnten.

### Algebraische Geometrie und Arithmetik – Das Graduiertenkolleg „Symmetrien und klassifizierende Räume“

Im Graduiertenkolleg „Symmetrien und klassifizierende Räume: analytisch, arithmetisch und deriviert“, das in diesem Jahr an unserer Fakultät eingerichtet wurde, arbeiten die Arbeitsgruppen des Essener Seminars für Algebraische Geometrie und Arithmetik, die von Massimo Bertolini, Ulrich Görtz, Daniel Greb, Georg Hein, Jochen Heinloth, Jan Kohlhaase, Marc Levine, Ursula Ludwig, Andreas Nickel und Vytautas Paskunas geleitet werden, zusammen, um die reichhaltigen Schnittstellen der Forschungsprojekte der AG gezielt für die Doktorand\*innenausbildung in einem außerordentlich dynamischen Gebiet zu nutzen.

Symmetrien und die Klassifikation geometrischer Objekte sind Kernthemen der Mathematik

und insbesondere der verschiedenen Ausrichtungen der algebraischen Geometrie, der klassischen algebraischen Geometrie, komplexen Geometrie, arithmetischen Geometrie, derivierten algebraischen Geometrie und anderer Gebiete im Grenzbereich zwischen algebraischer Geometrie, Analysis und Topologie. Im Mittelpunkt unserer Forschung stehen Gruppen, die in unterschiedlichen Ausprägungen Symmetrien geometrischer, analytischer oder zahlentheoretischer Objekte beschreiben und klassifizierende Räume – also Räume, die alle möglichen Strukturen eines gegebenen Typs parametrisieren. Die beiden Themen sind oft eng miteinander verbunden.

In den letzten Jahren hat es hier enorme Fortschritte gegeben, z.B. durch die Theorie der perfektoiden Räume, im Bereich des Langlands-Programms, der Birch/Swinnerton-Dyer-Vermutung und im Bereich des Minimalen-Modell-Programms. Durch die Entwicklung neuer Methoden entwickelt sich das Gebiet schnell weiter und neue Durchbrüche sind zu erwarten. Für junge Mathematiker\*innen handelt es sich daher um ein vielversprechendes Forschungsgebiet für den Beginn einer eigenen Karriere, angesichts der Vielfalt der Methoden ist es für Doktorand\*innen besonders nützlich, an einem Ort zu arbeiten, an dem Expertise für viele der verschiedenen Sichtweisen vorhanden ist. In Essen können wir Nachwuchswissenschaftler\*innen eine solche stimulierende Umgebung anbieten, die Doktorand\*innen in der Übergangsphase vom Studieren zum Forschen unterstützt und ihnen ermöglicht, in einem faszinierenden Gebiet der Mathematik Fuß zu fassen.

Einige Beispiele zu Resultaten der AG, die zu diesem Projekt beigetragen haben, möchten wir hier skizzieren und dabei insbesondere einige Schnittstellen zwischen den AG hervorheben. Ein grundlegendes Problem der Zahlentheorie ist die Konstruktion ganzzahliger oder rationaler Lösungen von Gleichungen. Die Birch/Swinnerton-Dyer Vermutung formuliert hierfür einen Zusammenhang zwischen der Struktur der rationalen Lösungen und analytisch definierten Invarianten der zu Grunde liegenden Eigenschaften. Um diesen mysteriösen Zusammenhang zu verstehen, scheint es unabdingbar,

Methoden zur Konstruktion von arithmetischen Lösungen mit Hilfe analytischer Objekte zu entwickeln. In der AG von Prof. Bertolini wurden hierfür neue Resultate für sog. p-adische L-Funktionen bewiesen.

In der AG von Prof. Paskunas ist es ebenfalls mit p-adischen Methoden gelungen, neue globale, arithmetische Resultate gewinnen, hierbei wurde zusätzlich die lokale Geometrie von klassifizierenden Räumen gewisser Darstellungen genutzt. Diese klassifizierenden Räume haben formal große Ähnlichkeiten mit Räumen von Darstellungen von geometrisch definierten Gruppen, die in den Arbeiten der Arbeitsgruppen der Professoren Greb, Hein und Heinloth studiert werden. Hierbei tritt in beiden Situationen das Problem auf, dass die globale Geometrie der Probleme häufig Pathologien aufweist, die aus unterschiedlichen Perspektiven zu Stabilitätsbedingungen an die parametrisierten Objekte führt. Erstaunlicherweise liefern hierbei analytische Beschreibungen, die häufig in Termen von Stabilitätsresultaten für Lösungen gewisser Differentialgleichungen formuliert werden können, oftmals Bedingungen, die auch rein algebraisch verstanden werden können. Zum Verständnis des Zusammenhangs zwischen diesen Stabilitätsbedingungen und der Geometrie der Parameterräume konnten hier Resultate gezeigt werden, die es erlauben, das Studium von Stabilitätseigenschaften auf wenige Schlüsselbedingungen zu reduzieren. Da die so erhaltenen Räume häufig Singularitäten aufweisen, ist es schwieriger, diese mit analytischen Methoden zu behandeln. In Arbeiten von Dr. Ursula Ludwig wurde dieses Hindernis studiert und um fundamentale analytische Methoden für interessante Klassen von Singularitäten erweitert.

### Analysis – Nichtlinearität, Gedächtnis und Zufall

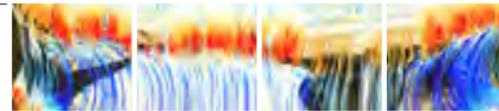
Im Bereich der Analysis möchten wir die Forschung von Prof. Petra Wittbold und PD Dr. Aleksandra Zimmermann auf dem Gebiet der nichtlinearen Evolutionsgleichungen skizzieren. Mit Hilfe von Evolutionsgleichungen wird die zeitliche Entwicklung von Systemen beschrieben, wobei zur adäquaten Beschreibung



Dekan: Prof. Dr. Georg Weiss

komplexer Fragestellungen aus Biologie, Medizin, Physik, Ingenieurwissenschaften sowie Wirtschafts- und Sozialwissenschaften nichtlineare Modelle notwendig sind.

Zur Beschreibung der Entwicklung solcher Prozesse sind Gedächtnis- und Zufallseffekte wesentlich, die nicht nur uns Menschen in unserem aktuellen sowie zukünftigem Handeln beeinflussen. Dies können wir beispielhaft an Filtrationsprozessen illustrieren: Beinhaltet eine Flüssigkeit, die durch ein poröses Medium strömt, Partikel, die mit diesem Medium interagieren (z.B. sich in den Poren festsetzen), so ändert sich das Strömungsverhalten im Verlauf der Zeit: ein typischer Gedächtniseffekt. Um die Heterogenität des Mediums, Interaktionen auf unterschiedlichen Skalen und die Ungenauigkeit von Messdaten zu berücksichtigen, werden die Modelle durch zufällige Parameter ergänzt. In



Formoptimierung von Supraleitern zweiter Art

© Foto: AG Yousept

den vergangenen zwei Jahren lag ein Schwerpunkt auf der Erforschung der Wohlgestelltheit von nichtlinearen Evolutionsgleichungen mit Gedächtnis und Zufallseffekten. Zahlreiche Forschungsprojekte wurden in Kooperation mit mathematischen Instituten in Brasilien und in Frankreich durchgeführt. Im Rahmen eines eigenen Drittmittelprojektes hat Dr. Aleksandra Zimmermann zusammen mit einer interdisziplinären Forschungsgruppe des Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA) der Universität Aix-Marseille Resultate zur Modellierung der Grenzflächen von Verbundstoffen unter Berücksichtigung stochastischer Effekte erzielt.

Geometrische Aspekte von Evolutionsprozessen stehen auch im Zentrum der Forschung der AG von Prof. Paola Pozzi, die insbesondere neue Resultate zu Krümmungsflüssen erzielen konnte. Diese Flüsse beschreiben zum einen die Veränderung von Oberflächen in physikalischen Prozessen, die häufig durch die Minimierung von Oberflächenspannungen beschrieben

werden können, andererseits können diese auch dazu genutzt werden, Klassifikationsresultate zur Gestalt geometrischer Strukturen zu erzielen, wenn es gelingt zu zeigen, dass die Grenzkonfigurationen der Flüsse spezielle geometrische Eigenschaften tragen. In einer Kollaboration mit Mathematiker\*innen aus Australien und Japan ist es gelungen, neue Existenzresultate für Flüsse dieser Art zu erhalten. Im DFG-Projekt zum Fluss elastischer Netzwerke werden in den kommenden Jahren gemeinsam mit Arbeitsgruppen in Ulm und Taiwan Fragen zur Langzeitevolution von Netzwerken unter verschiedenen Flüssen untersucht.

### Stochastik – Evolvierende Netzwerke und nichtlineare dynamische Prozesse

In der AG Wahrscheinlichkeitstheorie werden Netzwerke zur Modellierung komplexer Systeme mit vielen Wechselwirkungen genutzt. Hierbei werden die Interaktionen in komplexen Systemen oftmals in Form von Netzwerken abgebildet, wobei eine Schwierigkeit darin besteht, dass sich die Struktur dieser Netzwerke in Problemen der realen Welt im Laufe der Zeit auf Grund von Wechselwirkungen verändert. Zum einen wirken sich die Prozesse selbst auf die Topologie des Netzwerkes aus, indem Verbindungen wegfallen oder neue Verbindungen geschaffen werden, andererseits hat die Struktur des Netzwerkes erhebliche Auswirkung auf den Ablauf der Prozesse. In der AG von Prof. Anita Winter wurden in mehreren DFG-geförderten Projekten analytische und wahrscheinlichkeitstheoretische Methoden entwickelt, die eine mathematisch rigorose Beschreibung beider Effekte ermöglichen. Im Projekt „Evolvierende Pathogen-Phylogenen basierend auf zwei-Level Verzweigung“, das im Rahmen des SPP „Probabilistische Strukturen in der Evolution“ gefördert wurde, wurde hierzu beispielsweise ein Modell zur Beschreibung von Viruspopulationen, die durch Zellteilungsprozesse beeinflusst werden, bereitgestellt, für das insbesondere das Langzeitverhalten zugänglich ist.

In diesem Gebiet wurden nun weitere Forschungsprojekte im Rahmen des Schwerpunktprogramms „Zufällige geometrische System“ begonnen, an dem mit Dr. Anton Klimovsky auch

ein Nachwuchswissenschaftler unserer Fakultät mit einem eigenständigen Projekt beteiligt ist.

In der AG zur Angewandten Stochastik wurden im Rahmen einer Beteiligung am SFB „Statistik nichtlinearer dynamischer Prozesse“ verschiedene Forschungsprojekte gefördert. Auch hier bieten ähnliche mathematische Strukturen sowohl Anwendungen auf Probleme der Finanzmathematik wie auch zu Fragen der Hörakustik. In einer neueren Arbeit wurden in der AG nun neue Resultate zur Varianzreduktion in Markov-Ketten gefunden. Varianzreduktionsmethoden spielen als Werkzeug zur Komplexitätsreduktion in simulationsbasierten numerischen Algorithmen wie verschiedenen Monte-Carlo-Methoden eine wichtige Rolle und finden hierüber zahlreiche Anwendungen in der Bayes'schen Statistik und beim maschinellen Lernen.

Fragen zum maschinellen Lernen werden auch in verschiedenen an numerischen Methoden orientierten Arbeitsgruppen der Fakultät, wie den Arbeitsgruppen von Prof. Martin Hutzenthaler aus dem Bereich der Stochastik und der Arbeitsgruppe von Prof. Johannes Kraus aus dem Bereich der Numerik untersucht.

### Numerik und Optimierung – Nichtglatte Variationsprobleme zur Modellierung von Supraleitung und Reibung

In supraleitenden Materialien ist der elektrische Widerstand unterhalb einer kritischen Temperatur verschwindend gering, so dass Strom praktisch verlustfrei transportiert wird.

Bei Scheibenbremsen, z.B. am Fahrrad, wird die Bremswirkung durch Reibung des Bremsbelags im Kontakt mit der Bremsscheibe erzeugt und dieser hängt von der Oberflächenstruktur des Bremsbelags ab. Diese beiden Aussagen würden außerhalb des Forschungsberichtes der Mathematik kaum mit einander in Verbindung gebracht.

Die mathematische Modellierung der physikalischen Prozesse der Supraleitung bzw. des reibungsbehafteten Kontakts führen allerdings auf ähnliche mathematische Problemstellungen, die beide im DFG-SPP 1962 „Nichtglatte Systeme und Komplementaritätsprobleme mit verteilten Parametern: Simulation und mehrstufige Optimierung“ behandelt werden. An diesem

### Ausgewählte Publikationen

**Bögelein, V., F. Duzaar, C. Scheven (2020):** Higher integrability for the singular porous medium system. *J. Reine Angew. Math.* 767, 203–230.

**Burtscheidt, J., M. Claus, S. Dempe (2020):** Risk-Averse Models in Bilevel Stochastic Linear Programming *SIAM Journal on Optimization*, 30(1), 377–406.

**Drijvers, P., D. Thurm, E. Vandervieren, M. Klinger, F. Moons, H. van der Ree, A. Mol, B. Barzel, M. Doorman (2020):** Distance mathematics teaching in Flanders, Germany and the Netherlands during COVID-19 lockdown. *Educational Studies in Mathematics*.

**Emerton, M., V. Paškūnas (2020):** On the density of supercuspidal points of fixed regular weight in local deformation rings and global Hecke algebras. *J. Éc. polytech. Math.*, 337–371.

**Greb, D., S. Kebekus, T. Peternell, B. Taji (2019):** Nonabelian Hodge Theory for klt spaces and descent theorems for vector bundles *Compositio Mathematica* 155(2), 289–323.

**Hutzenthaler, M., A. Jentzen (2020):** On a perturbation theory and on strong convergence rates for stochastic ordinary and partial differential equations with nonglobally monotone coefficients. *Annals of Probability* 48(1), 53–93.

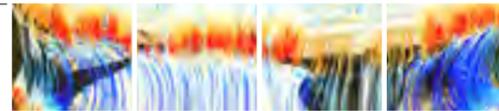
**Levine, M. (2020):** Some recent trends in motivic homotopy theory. *Notices Amer. Math. Soc.* 67(1) 9–20.

**Löhr, W., L. Mytnik, A. Winter (2020):** The Aldous chain on cladograms in the diffusion limit, *Annals of Probability* 48(5), 2565–2590.

**Ludwig, U. (2020):** An Extension of a Theorem by Cheeger and Müller to Spaces with Isolated Conical Singularities, *Duke Math. J.* 169(13), 2501–2570.

**Scherer, P., M. Nührenböcker, L. Ratte (2020):** Reflexionen von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zum Gestaltungsprinzip der Teilnehmendenorientierung – Fachspezifische Professionalisierung beim Design von Fortbildungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, online first. doi 10.1007/s13138-020-00179-8

**Winckler, M., I. Yousept, J. Zou (2020):** Adaptive edge element approximation for  $H(\text{curl})$  elliptic variational inequalities of second kind. *SIAM J. Numer. Anal.* 58(3), 1941–1964.



## Professor\*innen

Prof. Dr. Bärbel Barzel	Prof. Dr. Marc Levine
Prof. Dr. Denis Belomestny	Prof. Dr. Frank Müller
Prof. Dr. Massimo Bertolini	Prof. Dr. Patrizio Neff
Prof. Dr. Mircea Birsan	Prof. Dr. Vytautas Paskunas
Prof. Dr. Andreas Büchter	Prof. Dr. Paola Pozzi
Prof. Dr. Christian Clason	Prof. Dr. Arnd Rösch
Prof. Dr. Ulrich Dierkes	Prof. Dr. Florian Schacht
Prof. Dr. Andreas Gastel	Prof. Dr. Petra Scherer
Prof. Dr. Heiner Gonska	Prof. Dr. Christoph Scheven
Prof. Dr. Ulrich Görtz	Prof. Dr. Rüdiger Schultz
Prof. Dr. Daniel Greb	Prof. Dr. Gerhard Starke
Prof. Dr. Lisa Hefendehl-Hebeker	Prof. Dr. Heinz Steinbring
Prof. Dr. Georg Hein	Prof. Dr. Mikhail Urusov
Prof. Dr. Jochen Heinloth	Prof. Dr. Georg Weiss
Prof. Dr. Martin Hutzenthaler	Prof. Dr. Anita Winter
Prof. Dr. Volker Krätschmer	Prof. Dr. Petra Wittbold
Prof. Dr. Johannes Kraus	Prof. Dr. Irwin Yousept
Prof. Dr. Jan Kohlhaase	

Schwerpunktprogramm sind die Arbeitsgruppen von Prof. Irwin Yousept und Prof. Gerhard Starke über die gesamte Laufzeit von Oktober 2016 bis Oktober 2022 beteiligt. Die mathematische Gemeinsamkeit der Fragestellungen ist hierbei im Stichwort „nichtglatt“ zu finden.

Die gesuchten Prozessvariablen – im Falle der Supraleitung ist das die Stromdichte und im Falle der Reibung die Spannung im Bremsbelag – hängen nicht in allen Parameterbereichen differenzierbar von den angelegten Feldern ab, vielmehr besitzen diese genau im besonders interessanten Bereich“ nämlich beim Erreichen der kritischen Stromdichte bzw. beim Übergang von Haften zum Gleiten, einen „Knick“.

Aus mathematischer Sicht handelt es sich in der mathematischen Beschreibung der Prozesse um sogenannte Variationsungleichungen, für die in den letzten Jahrzehnten eine sowohl umfangreiche Lösungstheorie als auch numerische Methoden zur effizienten Konstruktion von Approximationen entwickelt wurden. Ein wichtiger

Bestandteil der Lösungsstrategie sind adaptive Netzanpassungen auf der Basis von Fehlerschätzern, um von vornherein die Dimension der diskretisierten Probleme nicht zu sehr anwachsen zu lassen. Eine zweite Komponente sind geeignete iterative Verfahren zur näherungsweise Lösung der diskretisierten Probleme, die immer noch hochgradig nichtlinear und nichtglatt sind. Für beide Teilaspekte spielen Komplementaritätsbedingungen eine Rolle, bei denen Lagrange-Multiplikatoren einbezogen werden.

Für die in unseren Teilprojekten behandelten Aufgabenstellungen lassen sich die etablierten Methoden für Variationsungleichungen allerdings nicht direkt einsetzen. Wir haben es mit hyperbolischen Evolutionsungleichungen (im Fall der Supraleitung) bzw. mit Quasi-Variationsungleichungen (im Fall der Reibung) zu tun. Im ersten Fall können zeitabhängige Unstetigkeiten in der Stromdichte sowie Singularitäten in den elektromagnetischen Feldern auftreten, im zweiten Fall hängt die Variationsformulierung selbst von der Lösung ab. Damit gab es in den beiden Projekten genug Forschungsfragen für je eine Promotion und danach auch noch eine reichhaltige Postdoc-Phase.

## Didaktik der Mathematik – Studieneingangsphase, digitale Medien und Inklusion

Die vier Arbeitsgruppen der Didaktik sind in verschiedenen Forschungsprojekten beispielsweise über die BMBF-finanzierten Programme „Bildungsgerechtigkeit im Focus“ und „ProViel“ oder das durch die Telekomstiftung initiierte „Deutsche Zentrum für Lehrerbildung“ untereinander, innerhalb der Universität Duisburg-Essen sowie national und international vernetzt.

Digitale Medien bilden hier ein wichtiges Thema, das die Aktivitäten aller Arbeitsgruppen verbindet. Unterschiedliche Forschungs- und Entwicklungsprojekte widmen sich dem Einsatz und der Rolle digitaler Medien im Mathematikunterricht von der Grundschule bis zu den Sekundarstufen, der Hochschuldidaktik und der Lehrerbildung. Adressiert werden dabei z.B. Potentiale für die (summativ und formativ) Diagnose von Lernständen und Lernprozessen,

des Einsatzes digitaler Medien in der Lehrerbildung oder die Rolle digitaler Schulbücher im Mathematikunterricht. Die aktuell besondere Relevanz dieser Thematik – bedingt durch die Corona-Pandemie – spiegelte sich in verschiedenen Aktivitäten der Arbeitsgruppen wider, die zum einen rasch neue unterstützende Materialien für Mathematiklehrkräfte bereitstellen konnten und zum anderen auch die tatsächlich eingesetzten Technologien in der internationalen Studie „Math@Distance“ gemeinsam mit Kolleg\*innen aus Belgien, den Niederlanden analysieren konnten, in denen starke Unterschiede der betrachteten Länder im Umgang mit der Distanzlehre beobachtet werden konnten.

Schon im Mai konnte in diesem Bereich das neue Projekt „Digitale Mathematiklehrerbildung in NRW (DigiMal.nrw)“ für das die Arbeitsgruppen von Prof. Petra Scherer und Prof. Florian Schacht die Konsortialführung übernehmen eingeworben werden. Dieses Projekt soll landesweit die Ausbildung angehender Grundschullehrkräfte im Fach Mathematik gezielt verbessern.

Der wachsenden Bedeutung der Lehrerprofessionalisierung nehmen sich weitere Projekte der Arbeitsgruppen an, um Lehrkräfte auf die Herausforderungen im Schulalltag angemessen vorzubereiten (z.B. hinsichtlich Digitalisierung oder Inklusion). In Zusammenarbeit mit dem Deutschen Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM), dessen Abteilung im Entwicklungsprogramm u.a. von Prof. Bärbel Barzel (mit-)geleitet wird, wird die Fort- und Weiterbildung von Multiplikator\*innen organisiert und aktuell ein bundesweites Programm zur Basisqualifizierung für Multiplikator\*innen angeboten. In verschiedenen Promotions- oder Habilitationsprojekten werden Fragen zur mathematikspezifischen Professionalisierung untersucht.

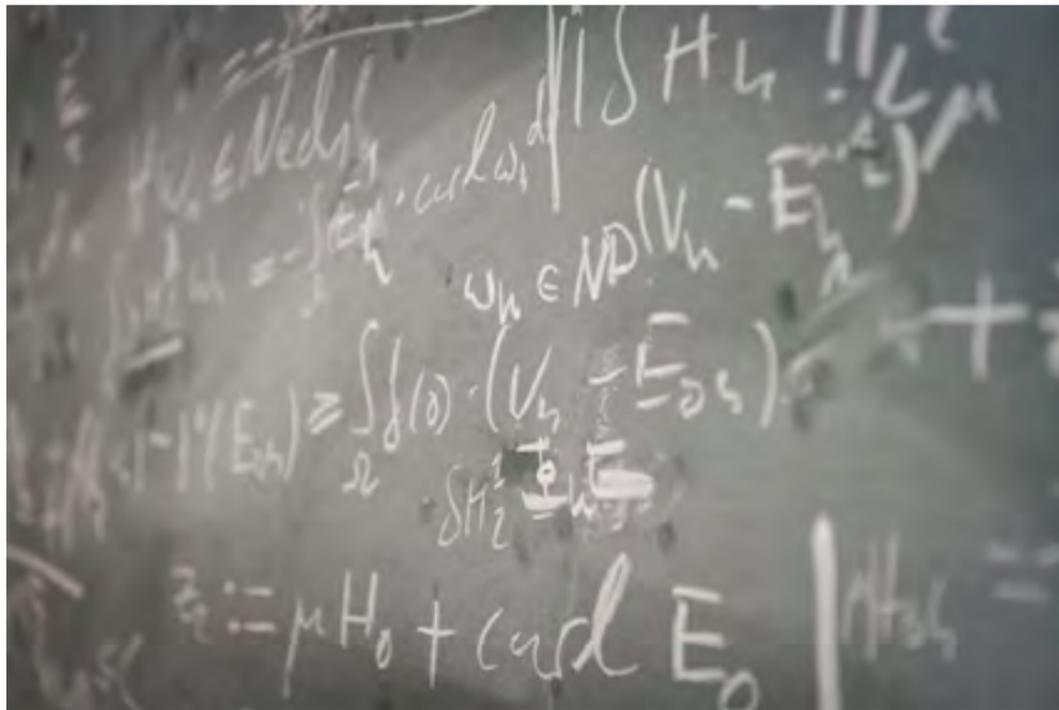
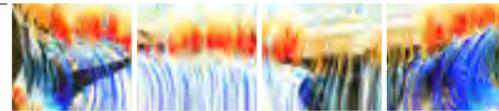
Mehrere Projekte adressieren das Thema Inklusion bzw. den inklusiven Mathematikunterricht. Die Forschung umfasst neben der Gestaltung gemeinsamer unterrichtlicher Lernsituationen auch Konzeptionen und Evaluationen von Lehrveranstaltungen oder die Kompetenzentwicklung von Studierenden sowie Untersuchungen im Bereich der Lehrer\*innenfortbildung.



© Foto: Bettina Engel-Albustin

Im Mathematik-Seminar

Forschung zur Hochschuldidaktik der Mathematik wird in mehreren Projekten und Promotionsvorhaben aufeinander bezogen betrieben. Neben der Erfassung der Lernausgangslagen von Studienanfänger\*innen steht die forschungsbasierte Weiterentwicklung der Lehre, etwa durch die systematische Berücksichtigung von Lern- und Problemlösestrategien in Übungen, der Einsatz von ergänzenden E-Assessment-Aufgaben oder von interaktiven dynamischen Visualisierungen, im Vordergrund. Hierfür konnte ein strukturiertes digitales Angebot aufgebaut werden, das nun in einem breiten Spektrum von Veranstaltungen in der Studieneingangsphase genutzt wird. Die Akzeptanz der Angebote ist hoch, da auch eine Vielzahl klassischer Aufgabenformate auf die Möglichkeit der Implementierung in einem digitalen Format hin analysiert und umgesetzt werden konnten.



© Foto: Bettina Engel-Albustin

Partial Differential Equation (PDE)-Modelle im Elektromagnetismus

Wissenschaftler\*innen zusammenstellen, die dieses aktive Gebiet nun mitprägen werden, und mit dem DigiMal.nrw Projekt wurde eine neue Kooperation angestoßen, in der nun die ersten Stellen besetzt werden konnten.

In der Fakultät selbst stehen mit der Neubesetzung der Tenure-Track-Juniorprofessur zur Algebra und Zahlentheorie und der Nachfolge von Marc Levine zwei Berufungsverfahren kurz vor dem Abschluss, die unsere Fakultät weiter prägen werden.

Die Schwerpunkte zur Analysis und Numerik konzipieren weitere Verbundprojekte, im Bereich der Analysis steht hierzu eine weitere Ausschreibung an, so dass die kommenden Jahre weitere neue Impulse bereithalten.

### Tagungen, Workshops, Sommerschulen

- „Motivic homotopy theory and refined enumerative geometry“
- 14. Doktorand\*innentreffen Stochastik
- Herbsttagung des Arbeitskreises Lehr-Lern-Labore
- Herbsttagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht digitale Werkzeuge
- Workshop „Prismatische Kohomologie“
- Hausdorff Trimester Programm „Evolution of Interfaces“
- Workshop „Stochastic Optimization and Related Topics“
- 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 14)
- Summer School „Motives and Stacks“
- SPP 1786 Jahrestagung
- SPP 1590 Workshop on „Evolutionary forces and genealogical trees“
- Workshop „Fundamentals of complex networks: From static towards evolving“

### Preise und Ehrungen

2019 erhielt Prof. Rüdiger Schultz den Wissenschaftspreis der Gesellschaft für Operations Research.

### Ausblick

Mit den beschriebenen Forschungsprojekten sind inhaltliche Projekte für die kommenden Jahre vorgezeichnet. Im Bereich des Essener Seminars für Algebraische Geometrie und Arithmetik (ESAGA) ist mit der Etablierung des Graduiertenkollegs und dem darin vorgesehenen Forschungsprogramm ein Plan für die kommenden Jahre formuliert. Die außerordentlich hohe Zahl exzellenter Bewerber\*innen für die neuen Promotionsstellen macht uns optimistisch, dass diese jungen Wissenschaftler\*innen interessante Beiträge liefern werden. Ebenso konnte Marc Levine im Rahmen des ERC-Projektes eine aktive internationale Gruppe junger

## Kontakt

### Dekanat Mathematik

Universität Duisburg-Essen  
Universitätsstraße 2  
45141 Essen

☎ +49 201 183 2503  
☎ +49 201 183 3802  
@ dekanat@mathematik.uni-due.de  
🌐 www.uni-due.de/mathematik

### Besucheranschrift

Thea-Leymann-Straße 9  
45127 Essen